

## БУДІВНИЦТВО

УДК 624.012.45

**Азізов Т.Н.**

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

**Миза О.С.**

Одеська державна академія будівництва та архітектури

**Орлова О.М.**

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

**Нагайчук О.В.**

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

### ГРАНИЦІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИК НЕЛІНІЙНОГО РОЗРАХУНКУ КОМБІНОВАНИХ БАЛОК І ПРОПОЗИЦІЇ ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ ТАКИХ БАЛОК У БУДІВНИЦТВІ

*Проаналізовано три методики, раніше розроблені авторами, для нелінійного розрахунку кам'яних балок, підсилених бічними залізобетонними пластинами. Показано, що точна методика, яка ґрунтується на підході, прийнятому в ДСТУ з розрахунку залізобетонних конструкцій, вимагає великої кількості ітерацій. Крім того, бувають випадки зациклення ітераційного процесу. На прикладі розрахунку конкретної комбінованої балки показані межі застосування трьох методик розрахунку. Показано, що кам'яна частина комбінованої конструкції є елементом, що перешкоджає втраті стійкості плоскої форми згину залізобетонної пластини. Наведено рекомендації щодо використання комбінованих балок в будівництві.*

**Ключові слова:** комбіновані балки, нелінійний розрахунок, діаграма Прандтля, жорсткість, міцність, методика розрахунку.

**Аналіз досліджень і постановка завдання.** Підсилення кам'яних згинаних елементів за допомогою бічних залізобетонних пластин є досить ефективним методом збільшення жорсткості і несучої здатності кам'яних конструкцій [1; 2]. У роботі [2] показано, що найбільш важливим завданням розрахунку згинаних комбінованих елементів є визначення ступеня участі кам'яного і залізобетонного елементів у сприйнятті навантаження. У цій роботі також показано, що за певного кроку і діаметру анкерів, що зв'язують залізобетонні бічні пластини з кам'яною частиною комбінованої конструкції, цю конструкцію можна вважати монолітною, в перерізі якої розташовано два матеріали з різними характеристиками. Розрахунок монолітної конструкції за наявності в ній двох різних матеріалів з урахуванням нелінійних властивостей матеріалів і утворення тріщин при-

свячені роботи [3; 6]. Ці розрахунки ґрунтуються на підході, прийнятому у нормативних документах [4; 5; 7] під час розрахунку залізобетонних згинальних конструкцій з використанням гіпотези плоских перерізів. Наведені точна методика з використанням повних діаграм матеріалів, наближена та інженерна методики. Однак в цих роботах не наведені недоліки методик і порівняння розрахунків за різними методиками, а також не розглянуті межі застосування кожної з методик.

У зв'язку зі вищевказаним **метою цієї статті** є аналіз переваг і недоліків кожної з методик, порівняння результатів розрахунків за цими методиками і аналіз меж застосування кожної з них, а також пропозиції щодо використання комбінованих конструкцій у будівництві.

**Виклад основного матеріалу. 1. Порівняння розрахунків за різними методиками.** У роботах [3; 6]

наведені три різні методики розрахунку комбінованих балок. Перша методика – найбільш точна методика, в якій використовуються повні діаграми матеріалів, з яких складена комбінована балка. Друга методика розроблена з метою спрощення точної методики. При цьому прийнятий підхід з використанням діаграми Прандтля для обох матеріалів, з яких складена комбінована балка. Третя методика – інженерна для розрахунку несучої здатності комбінованого елемента. При цьому вважається що напруження в арматурі, розташованій найближче до розтягнутої грані елемента, дорівнює розрахунковому опору. Розрахунок за першою методикою, яка ґрунтується на передумовах [4; 5], є найбільш точною методикою розрахунку міцності і деформативності залізобетонних елементів. Проте, як показали численні розрахунки, ця методика має свої недоліки, пов'язані передусім з численними ітераціями. Досить часто трапляється також зациклення ітераційного процесу. Виходом з такої ситуації є зміна кроку збільшення деформації стиснутої грані бетону або зменшення деформації розтягнутої грані. Однак під час обчислення прогинів слід визначити кривизни в різних точках по довжині балки, причому зробити це в автоматичному режимі. Тоді в програмі слід заздалегідь задати кроки зміни деформацій на стиснутій і розтягнутій гранях елемента. Однак в різних точках по довжині прольоту балки в разі зациклення довелося б по-різному змінювати згадані кроки змін деформацій. Це створює чималі труднощі при вирішенні практичних задач. Розраховувати ж в окремій програмі кривизну в кожній конкретній точці балки, а потім значення цих кривизн підставляти в іншу програму для розрахунку прогинів, є досить незручною і громіздкою процедурою. Для усунення вищенаведених недоліків і з метою спрощення розрахунків і розглянуто другу (наближену) методику визначення жорсткості комбінованого елемента з використанням діаграми Прандтля.

Для перевірки точності і можливості застосування розрахунків за точною і наближеною методиками проведемо порівняння розрахунків конструкції за цими методиками. Нехай є комбінована балка, що складається з газобетонної частини шириною перерізу 200 мм і залізобетонними пластинами з обох сторін товщиною 40 мм (загальна їх товщина умовно дорівнює 80 мм). Висота балки 300 мм, проліт 1 500 мм. Розрахункові опори шарів  $f_{ck,prism1}=2.22$  МПа;  $f_{ck,prism2}=11$  МПа; Модулі деформацій  $E_{b1}=1250$  МПа;  $E_{b2}=20000$  МПа; Розрахункові опори на розтягнення  $f_{ct1}=0.31$  МПа;  $f_{ct2}=1.1$  МПа;  $\varepsilon_{bu,1}=0.00317$ ;

$\varepsilon_{bu,2}=0.00317$ ;  $\varepsilon_{c,1}=0.00317$ ;  $\varepsilon_{c,2}=0.001776$ ;  $\varepsilon_{c,2}=0.00055$  (позначення прийняті за [4; 5]).

Будемо змінювати величину деформацій в крайній стислій фібрі елемента за допомогою ділення максимальної деформації  $\varepsilon_{bu}$  на коефіцієнт  $n_\varepsilon$ .

У таблиці 1 наведені дані розрахунку за трьома методиками: за програмою на основі точної методики; за програмою на основі методики з використанням діаграми Прандтля і за програмою на основі інженерної методики. Усі програми розроблені авторами і написані на мові Pascal на основі методик, розроблених в [3; 6]. Величини, що розраховуються: момент, що сприймається перерізом  $M_{int}$  (кН·м); кривизна в перерізі  $1/\rho$  ( $\times 10^{-5}$ ); напруження в основній арматурі  $\sigma_s$  (МПа); кількість ітерацій  $j_{max}$ .

Як видно з таблиці 1, під час прагнення прийняти таку величину  $\varepsilon_b$ , щоб напруження в арматурі були близькі до розрахункового опору, програма, яка ґрунтується на точній методиці, зациклюється. Дані таблиці свідчать також про хороший збіг результатів за наближеними методиками з точною у відповідних діапазонах. Похибка за різними методиками приведена в таблиці 2 (дані взяті з таблиці 1).

Аналіз таблиць 1 і 2 показує, що під час розрахунку за методикою з використанням діаграми Прандтля похибка визначення кривизни в перерізі не перевищує 7%, причому менша похибка відповідає меншим напруженням в арматурі, велика – великим, тобто напруженням, близьким до граничних. З огляду на те, що під час визначення прогинів за експлуатаційних навантажень напруження в арматурі зазвичай далекі від граничних, то для визначення деформацій комбінованих елементів цілком достатньо використання наближеної методики з використанням діаграми Прандтля, але з урахуванням різних характеристик матеріалів шарів конструкції (кам'яної частини і залізобетонної пластини), як запропоновано авторами цієї статті у роботах [3; 6].

Несучу спроможність перетину, судячи з таблиці 2, значно легше і з достатньою точністю можна визначити за інженерною методикою, наведеною в [6]. Похибка за напружень в арматурі, близьких до розрахункового опору, не перевищує 2%. Навіть під час врахування зміцнення арматури за напружень в ній, що перевищують розрахунковий опір, похибка порівняно з точною методикою не перевищує 5%. Крім того (що має дуже важливе значення), похибка кривизни в перерізі за напружень в арматурі, близьких до розрахунко-

вого опору, визначеної за інженерною методикою, знаходиться в межах 3%. Тобто можна з упевненістю стверджувати, що для визначення несучої спроможності перерізу і кривизни за максимального навантаження можна використовувати інженерну методику, яка, як показано вище, має суттєву перевагу порівняно з точною з точки зору практичної відсутності ітерацій.

**2. Застосування розроблених методик під час проектування. Межі застосовності різних методик розрахунку.** Вище ми показали, що розроблені наближені методики з одного боку сут-

тєво спрощують розрахунок, з іншого – мають достатню точність, що дозволяє рекомендувати їх в практичному проектуванні. Відзначимо також факт, що тому, що кам'яні балки (стіни, рандбалки тощо) в основному закріплені в перекриттях, а також поперечними стінами, то їх згином в поперечному напрямку і крученням можна нехтувати. Крім того, якщо посилення кам'яної балки (наприклад, стіни) проводиться влаштуванням залізобетонних пластин з двох бічних сторін, то переріз виходить симетричним і ефект поперечного згину і крутіння відсутній взагалі. Тому

Таблиця 1

Дані розрахунків за різними методиками

№	$n_c$	Точна методика				За діагр. Прандтля			Інженерна методика		
		$M_{int}$	$l/\rho$	$\sigma_s$	$j_{max}$	$M_{int}$	$l/\rho$	$\sigma_s$	$M_{int}$	$l/\rho$	$\sigma_s$
1	2	15.15	43.27	530.8	190	Не порівнюється, тому що розрахунок за цією методикою передбачає, що напруги в арматурі менше розрахункових опорів			14.40	48.8	530.8
2	2.89	14.22	20.14	506.8	79				13.87	20.53	506.8
3	3	14.14	18.82	505.5	98				13.83	19.01	505.5
4	3.3	13.91	15.2	501.8	150				13.68	14.69	501.8
5	3.4	13.83	14.52	501.2	55				13.65	13.99	501.2
6	3.5 ÷ 3.7	За даних величин $n_c$ програма зациклюється навіть за $j_{max} > 30\ 000$ ітерацій									
7	3.8	12.65	12.2	455.5	135	10.74	11.33	411.2	Не порівнюється, тому що інженерна методика передбачає розрахунок за напружень в арматурі, рівних або більших за розрахункові опори		
8	4	12.13	11.61	434.0	116	10.42	10.86	395.5			
9	5	9.88	9.28	346.6	94	9.06	8.94	329.3			
10	6	8.14	7.54	279,0	128	7.88	7.5	276.8			
11	7	6.86	6.26	228.7	95	6.76	6.43	237,3			
12	8	6.00	5.48	200.2	81	5.91	5.62	207.6			

Таблиця 2

Похибка розрахунків за різними методиками  
а) порівняння точної методики з інженерною методикою

№ варіанти	$\sigma_s$	$M_{int}$ (КНм)			$l/\rho$ (*10 <sup>-5</sup> )		
		точна (Nln)	Інженерна. (Ing)	nln / ing	точна (Nln)	Інженерна. (Ing)	nln / ing
1	530.8	15.15	14.40	1.05	43.27	48.8	0.886
2	506.8	14.23	13.87	1.02	20.14	20.53	0.981
3	505.5	14.14	13.83	1.02	18.82	19.01	0.990
4	501.8	13.91	13.68	1.016	15.20	14.69	1.034
5	501.2	13.83	13.65	1.013	14.52	13.99	1.037

б) порівняння точної методики з методикою на основі діаграми Прандтля

№ варіанти	$n_c$	$\sigma_s$	$M_{int}$ (КН·м)			$l/\rho$ (*10 <sup>-5</sup> )		
			точна (Nln)	За діагр. Прандтля (prandtl)	nln / prandtl	точна (Nln)	За діагр. Прандтля (prandtl)	nln / prandtl
7	3.8	455.5	12.65	10.74	1.17	12.2	11.33	1.076
8	4	434	12.13	10.42	1.16	11.61	10.86	1.069
9	5	346.6	9.88	9.06	1.09	9.28	8.94	1.038
10	6	279,0	8.14	7.88	1.03	7.54	7.5	1.005
11	7	228.7	6.86	6.76	1.01	6.26	6.43	0.973
12	8	200.2	6.00	5.91	1.01	5.48	5.62	0.975

розрахунок таких конструкцій можна проводити за методиками, наведеними вище. Якщо ж комбінована балка має тільки одну бічну підсилюючу пластину, має досить великий проліт і не закріплена від крутіння (що на практиці зустрічається досить рідко), то розрахунок слід проводити з урахуванням крутіння.

У роботах [1; 2] показано, що під час розрахунку спільної роботи бічної залізобетонної пластини з кам'яною частиною за збільшення жорсткості анкерів, що зв'язують кам'яну балку із залізобетонною пластинною, жорсткість комбінованої конструкції прагне до жорсткості монолітної, що складається з двох шарів. Якщо розрахунком за [1; 2] встановлена певна жорсткість анкерів з певним кроком, зменшення якого не тягне за собою збільшення сумарної жорсткості комбінованого елемента, то конструкцію можна вважати монолітною і її деформації і несучу здатність визначати за методиками нелінійного розрахунку, наведеними у табл. 1.

Зазначимо ще один вельми важливий фактор на користь використання бічних залізобетонних пластин в якості підсилення кам'яних згинальних елементів. Як показують розрахунки за наведеними вище методиками, основне навантаження в комбінованому згинальному елементі сприймають залізобетонні пластини. Однак через досить малу ширину перерізу (товщину) пластини, її самостійна робота на згин була б мало ймовірною, тому що така балка з вузьким поперечним перерізом за дуже малих навантажень втратила б стійкість і зруйнувалася. У нашому ж випадку кам'яна частина комбінованої конструкції не стільки «підсилює» залізобетонну з точки зору сприйняття частки згинального моменту, скільки є елементом, що перешкоджає втраті стійкості залізобетонної пластини. І теоретичні, і експериментальні дослідження авторів показали, що армована залізобетонна пластинка працює як самостійна балка, під час руйнування якої напруження в арматурі досягають межі текучості, а стиснута зона бетону руйнується. Іншими словами, тонка залізобетонна пластинка працює як звичайна балка і її можна розраховувати за всіма правилами проектування залізобетонних згинальних елементів без будь-якої корекції на розрахунок стійкості. Таким чином, комбінована конструкція, що складається з односторонньої або двосторонньої залізобетонної пластини і кам'яної конструкції, є досить надійним згинальним елементом.

В коротких комбінованих елементах утворюється практично одна тріщина, яка ділить елемент на два блоки. І такий випадок найбільш часто

зустрічається на практиці. Однак для узагальнення слід розглянути випадок некороткого комбінованого елемента. В цьому випадку комбінована балка під час сприйняття поперечного навантаження буде розділена на кілька блоків, відокремлених між собою нормальними тріщинами (рис. 1).

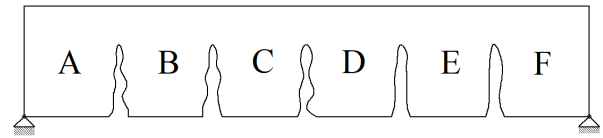


Рис. 1. До розрахунку комбінованих елементів за  $L \gg h$

Розрахунок такої конструкції рекомендується проводити в такому порядку.

1. Попередньо для суцільного елемента за методиками [1; 2] визначаємо зусилля в в'язях, які об'єднують кам'яну і залізобетонну частини конструкції.

2. Далі кожен з частин розраховуємо як балку, до якої прикладені зовнішні сили, і зусилля в зв'язках, отримані з рішення попередньої задачі.

3. За відомою методикою розрахунку кам'яних і залізобетонних елементів визначаємо місця утворення нормальних тріщин.

4. У перетинах з тріщинами визначаємо кривизну елемента за однією з методик [3; 6] (див. таблицю 1).

5. Знову розраховуємо комбіновану конструкцію за [1] з тією різницею, що жорсткість кожної балки тепер є ступінчастою (внаслідок наявності тріщин).

6. Маючи зусилля в в'язях в кожному з блоків, відокремлених тріщинами (блоки А ... F на рис. 1), визначаємо еквівалентну жорсткість умовно монолітної конструкції з використанням виразу:

$$J_{ekv} = \frac{(k-1) \cdot EJ_1}{E_2}, \quad (1)$$

де  $EJ_1$  – жорсткість першої (залізобетонної) балки,  $E_2$  – модуль пружності другої (кам'яної) балки;  $k$  – коефіцієнт посилення, якій показує, наскільки посилюється балка 1 завдяки «допомозі» балки 2. Він визначається за результатами розрахунків за [1; 2].

Після цього визначаємо еквівалентну ширину підсилюючої балки (даної ділянки) за формулою:

$$b_{ekv} = 12 \cdot J_{ekv} \sqrt[3]{h} \quad (2)$$

Жорсткість умовно суцільної посиленої балки (даної ділянки) можна представити як  $EJ = EJ_2 + E_2 \cdot J_{ekv}$ .

7. Знаючи жорсткість блоків між тріщинами, визначаємо кривизну за відомою формулою опору



матеріалів як відношення згинального моменту до жорсткості.

8. Маючи набір кривизн для перетинів в тріщинах і між тріщинами, визначаємо прогини балки з використанням інтеграла Мора або правила Верещагіна.

9. Несучу здатність в перерізі з максимальним моментом визначаємо за однією з методик табл. 1.

**3. Перемички з легкобетонних блоків, посилені бічними залізобетонними пластинами.** Залізобетонні перемички мають досить низькі теплозахисні властивості. Їх використання в будинках, стіни яких влаштовують з легкого бетону (газобетон, пінобетон), не є раціональним. У зв'язку з цим в будинках з легкобетонних блоків передбачають різні конструктивні заходи, включаючи використання лоткових елементів з легкого бетону, в які вкладається арматура і заливається важкий бетон (рис. 2). Як показує практика будівництва, така конструкція перемички має ряд недоліків. По-перше, її теплозахисні властивості все одно залишаються значно нижчими, ніж сама стіна з легкого бетону, бо товщина легкого бетону мала (див. рис. 2); по-друге, захисний шар лоткових елементів відламується під час внутрішнього оздоблення (кріплення карнизів тощо).



Рис. 2. Загальний вигляд влаштування перемички з використанням лоткового блоку

На відміну від використання залізобетонних перемичок, а також замість перемичок, показаних на рис. 2, пропонується використання перемичок з газобетонних або пінобетонних блоків (з тих самих, з яких влаштовують стіни теплого дому), підсилені бічними залізобетонними пластинами.

На рис. 3 показана схема перемички з газобетонних блоків, підсилені бічними залізобетонними пластинами. На цьому рисунку наведено два варіанти влаштування перемички. Перший варіант – перемичка з одного ряду газобетонних блоків з бічними залізобетонними пластинами

з двох сторін. При цьому товщина перемички дорівнює товщині стіни, віконний отвір якої перекривається. За другим варіантом передбачено дві перемички з односторонніми залізобетонними пластинами. При цьому пластини розташовані з зовнішніх сторін перемичок. Перевага другого варіанту перемичок полягає в тому, що влаштування односторонньої бічної пластини не потребує опалубки. Крім того, маса однієї частини перемички мала, що дозволяє її монтувати вручну.

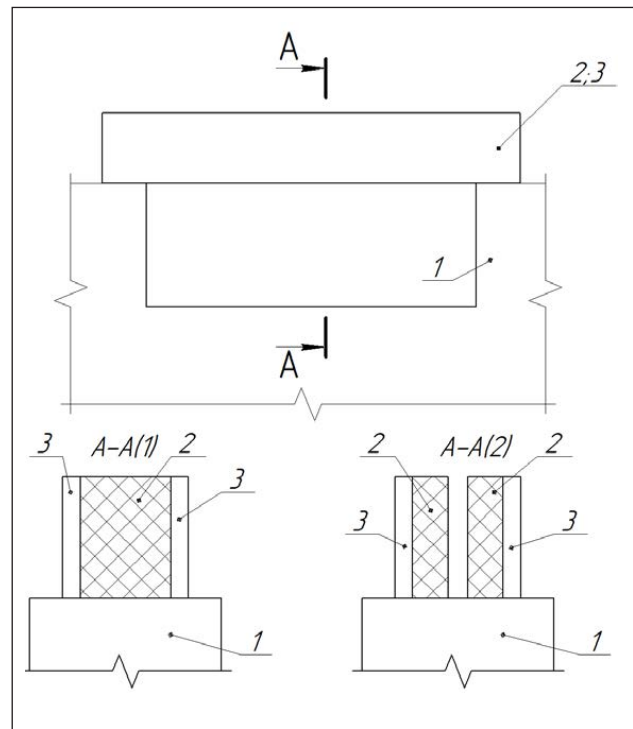


Рис. 3. Схема пропонованої легкобетонної перемички з бічними залізобетонними пластинами: а) один ряд блоків з двома бічними пластинами; б) два ряди блоків з односторонніми пластинами  
1 – вертикальна частина віконного отвору;  
2 – газобетонний блок; 3 – залізобетонна пластина

Економічна доцільність використання пропонованих перемичок з бічними залізобетонними пластинами полягає в тому, що віконний чи дверний отвір перекривається тим же самим матеріалом, що і стіна. При цьому на бокову поверхню блоків кріпиться сітка, укладаються робочі стрижні арматури і бокова поверхня просто штукатуриться. Потреба в використанні стандартних залізобетонних перемичок відпадає. Влаштування перемички не потребує ані додаткового устаткування, ані додаткових матеріалів, ані додаткових монтажних пристосувань. Монтаж перемички можна робити вручну, тому що її вага мала. Так, маса однієї перемички з односторонньою бічною пластиною (див. рис. 3) прольотом 1.5 м (з блоків

товщиною і висотою 200 мм та товщиною залізобетонної пластини 25 мм) складає біля 40 кг.

#### 4. Висновки.

Порівняння результатів розрахунку за точною методикою, яка ґрунтується на підході, прийнятому у ДСТУ з розрахунку залізобетонних конструкцій, з наближеною методикою з використанням діаграми Прандтля показало достатню для практичних розрахунків точність наближеної методики. Інженерна методика розрахунку міцності комбінованих балок може бути використана без застосування комп'ютерної техніки, але

при цьому також має достатню для практичних розрахунків точність. Кам'яна частина комбінованої конструкції є елементом, що перешкоджає втраті стійкості плоскої форми згину залізобетонної пластини. У статті показано, що застосування бічних залізобетонних пластин у згинальних кам'яних елементах може бути зручним і економічним.

В перспективі передбачається розроблення робочої документації з виготовлення комбінованих балок для практичного використання в будівництві.

#### Список літератури:

1. Азизов Т.Н. К расчету каменных элементов, усиленных односторонней железобетонной обоймой. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*. Вип. 61. 2016. С. 3–8.
2. Азизов Т.Н., Мыза А.С. Каменные балки, усиленные односторонней железобетонной обоймой. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Вип. 32. 2016. С. 428–435.
3. Азизов Т.Н., Мыза А.С. Учет нелинейных свойств материалов изгибаемых каменных элементов, усиленных железобетонными пластинами. *Sciences of Europe*. 2016. Vol 1. № 8. P. 69–74.
4. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. Київ, 2011. 71 с.
5. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. Київ, 2011. 110 с.
6. Azizov T.N., Myza A.S. Engineering method of calculation stone elements, reinforced concrete reinforced side plates. *Sciences of Europe*. 2017. Vol 1. № 12. P. 35–41.
7. Kochkarev, D., Galinska, T., Tkachuk, O. Normal sections calculation of bending reinforced concrete and fiber concrete element. *International Journal of Engineering and Technology*. 2018. Vol. 7(3). P. 176–182.

#### ГРАНИЦЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИК НЕЛИНЕЙНОГО РАСЧЕТА КОМБИНИРОВАННЫХ БАЛОК И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ТАКИХ БАЛОК В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Проанализированы три методики, ранее разработанные авторами, для нелинейного расчета каменных балок, усиленных боковыми железобетонными пластинами. Показано, что точная методика, основанная на подходе, принятом в ДСТУ по расчету железобетонных конструкций, требует большого количества итераций. Кроме того, бывают случаи заклинивания итерационного процесса. На примере расчета конкретной комбинированной балки показаны границы применения трех методик расчета. Показано, что каменная часть комбинированной конструкции является элементом, препятствующим потере устойчивости плоской формы изгиба железобетонной пластины. Приведены рекомендации по использованию комбинированных балок в строительстве.

**Ключевые слова:** комбинированные балки, нелинейный расчет, диаграмма Прандтля, жесткость, прочность, методика расчета.

#### THE BOUNDS OF NON-LINEAR CALCULATION OF THE COMBINED BEAMS TECHNIQUES APPLICATION AND PROPOSALS OF THEIR USAGE IN ENGINEERING

Analyzed three techniques previously developed by the authors, for the nonlinear analysis of stone beams, reinforced concrete side plates. It is shown that the exact method based on the approach adopted in the State Standard for the calculation of reinforced concrete structures, requires a large number of iterations. In addition, there are cases of loops of the iterative process. In a specific example of calculating the combination beam boundary application showing three calculation methods. It is shown that part of the stone composite structure is an element that prevents buckling flat shape bending concrete plate. The recommendations for the use of composite beams in construction.

**Key words:** combined beams, non-linear calculation, Prandtl diagram, rigidity, strength, calculation method.